PARTIE 2 - COMPRENDRE : LOIS ET MODÈLES

Chapitre 6 : Application des lois de Newton et des lois de Kepler (p. 155)

Compétences exigibles :

- ✓ Connaître et exploiter les trois lois de Newton ; les mettre en œuvre pour étudier des mouvements dans des champs de pesanteur et électrostatique uniformes.
- ✓ *Mettre en œuvre un protocole expérimental pour étudier un mouvement.**
- ✓ Démontrer que, dans l'approximation des trajectoires circulaires, le mouvement d'un satellite, d'une planète, est uniforme. Établir l'expression de sa vitesse et de sa période.
- ✓ Connaître les trois lois de Kepler ; exploiter la troisième dans le cas d'un mouvement circulaire.

(*) Savoir-faire expérimentaux.

I- Quel est le mouvement d'un système dans un champ uniforme ? (p. 162)

TP n°11 : Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme | **Ana, Réal, Val**

→ Champ de pesanteur uniforme (Rappel p. 128)

Un champ de pesanteur est considéré comme **uniforme** dans une **région de l'espace** lorsque sa direction, son sens et sa valeur sont les mêmes en tout point de cette région : $\vec{g} = \overrightarrow{cte}$

Remarque : À l'échelle de la Terre, le champ de pesanteur **n'est pas uniforme**.

→ Cas d'un objet dans un champ de pesanteur uniforme (p. 162)

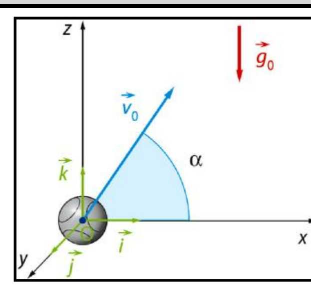
Définition du système et choix du référentiel :

Toute **étude de mouvement** nécessite, pour commencer, de **définir le système** et de **choisir un référentiel** adapté.

De la deuxième loi de Newton à l'accélération :

Pour appliquer la deuxième loi de Newton il faut d'abord réaliser l'**inventaire des forces extérieures** exercées sur le système.

Nous allons étudier le mouvement du centre de gravité d'un système quelconque de masse ***m*** au voisinage de la Terre.
On se place dans le référentiel du laboratoire, considéré Galiléen, muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
Ce système est lancé avec une vitesse initiales $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale dans le plan $(O, \vec{i}, \vec{k})$.



1. *Donner les coordonnées du vecteur champ de pesanteur* $\vec{g_0}$ *et du vecteur vitesse* $\vec{v_0}$.
2. *Réaliser l'inventaire des forces extérieures exercées sur le système. Quelles forces peuvent être négligées ?*
3. *En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver les coordonnées du vecteur accélération* $\vec{a_G}$.

Un objet soumis uniquement à son poids est en **chute libre**, on néglige alors la **poussée d'Archimède** et **les frottements**.

Le **vecteur accélération** du centre d'inertie d'un objet placé uniquement dans un champ de pesanteur est constant et égal au vecteur champ de pesanteur : $\vec{a} = \vec{g} = \overrightarrow{cte}$
L'accélération ne dépend pas de la masse de l'objet.

De l'accélération à la vitesse :

La **détermination du vecteur vitesse** nécessite de rechercher la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur accélération en tenant compte des **coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$**.

4. *Déduire du résultat précédent l'expression du vecteur vitesse instantanée $\overrightarrow{v(t)}$ dans le repère utilisé.*

Le **vecteur vitesse** du centre d'inertie d'un objet placé uniquement dans un champ de pesanteur **ne dépend pas de la masse** de l'objet.
La vitesse horizontale est constante, donc le **mouvement horizontal est uniforme**.
Le **mouvement vertical**, lui, **est uniformément accéléré** car l'accélération verticale est constante.

De la vitesse à la position :

La **détermination du vecteur position** nécessite de rechercher la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur vitesse en tenant compte des **coordonnées du vecteur position initiale $\overrightarrow{OG_0}$**.

5. *Déduire du résultat précédent l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OG(t)}$ dans le repère utilisé.*

Les **équations horaires** du mouvement du centre d'inertie d'un objet traduisent l'évolution de ses coordonnées de position en fonction du temps.
Le **mouvement** du centre d'inertie d'un objet lancé avec un vecteur $\vec{v_0}$ et soumis uniquement à un champ de pesanteur $\vec{g_0}$ s'effectue dans un **plan** formé par les vecteurs $\vec{v_0}$ et $\vec{g_0}$.

De la position à la trajectoire :

La **détermination l'équation de la trajectoire z = f(x)** nécessite d'**éliminer le temps** en combinant les équations horaires du mouvement.

6. *Montrer que :* $$z(x) = -\frac{1}{2} \cdot g_0 \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} + \tan\alpha \cdot x$$

La **trajectoire** du centre d'inertie d'un objet lancé avec un vecteur $\vec{v_0}$ non nul et soumis uniquement à un champ de pesanteur est une **parabole**.

Remarque : Dans le cas où la vitesse initiale est nulle ($v_0 = 0$), le projectile est en chute libre vertical :
On a $v_z(t) = - g \cdot t$ et $z(t) = - \frac{1}{2} g \cdot t^2$ ⇒ **Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.**

→ Cas d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme (p. 164)

Qu'est ce qu'un champ électrique ? (Rappel 1ère S)

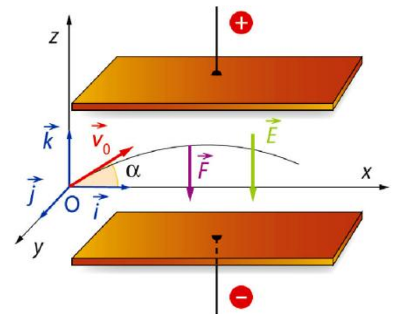
Lorsqu'il existe une tension électrique **U** (différence de potentiel électrique) entre deux armatures conductrices séparée d'une distance **d**, il existe entre celles-ci un champ électrique noté $\vec{E}$, orienté de l'armature positive vers l'armature négative et tel que :

$$\vec{E} = \frac{U}{d}\,\vec{u}$$ avec $\vec{u}$ vecteur unitaire orienté de l'armature positive vers la négative.

Toute particule de charge **q** subit de la part du champ électrique une force électrostatique $\vec{F_e}$ telle que :

$$\vec{F_e} = q \times \vec{E}$$

⅄ Équations horaires du mouvement

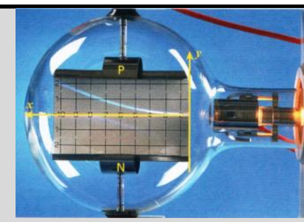


On considère, comme **système** d'étude, une particule ponctuelle de masse **m** et de charge **q** qui pénètre à l'instant t = 0 dans un champ électrique $\vec{E}$ avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale.

L'étude s'effectue dans le **référentiel** du laboratoire considéré comme **galiléen**.

On se place dans un **repère** orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. *Réaliser l'inventaire de TOUTES les forces extérieures exercées sur le système.*
2. *En supposant que cette particule soit un électron de masse* $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ **kg** *et de charge électrique* $q = -1{,}6 \cdot 10^{-17}$ **C**, *déterminer les caractéristiques du poids de l'électron et celles de la force électrique qu'il subit sachant que* $E = 10\,000$ **V.m**$^{-1}$.
3. *Que penser de l'influence du poids de l'électron sur son mouvement dans le champ électrique ?*
4. *Que penser de la poussée d'Archimède que subit l'électron ? Même question pour les forces de frottements.*
5. *Faire l'inventaire des forces dans le cas où la particule est un neutron.*
6. *En appliquant la deuxième loi de Newton, trouver les coordonnées du vecteur accélération* $\vec{a_G}$.
7. *En déduire l'expression du vecteur vitesse instantanée* $\overrightarrow{v(t)}$ *dans le repère utilisé.*
8. *En déduire l'expression du vecteur position* $\overrightarrow{OG(t)}$ *dans le repère utilisé.*
9. *Montrer que :* $$z(x) = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot E \cdot \frac{x^2}{m \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} + \tan\alpha \cdot x$$



Le **vecteur accélération** du centre d'inertie d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique est dirigé selon le **vecteur champ électrostatique**.

Le **mouvement** du centre d'inertie d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique $\vec{E}$ avec un vecteur $\vec{v_0}$ non nul s'effectue dans un **plan** formé par les vecteurs $\vec{v_0}$ et $\vec{E}$.

La **trajectoire** du centre d'inertie d'une particule chargée placée dans un champ électrostatique avec un vecteur $\vec{v_0}$ non nul est une **parabole** dont la concavité dépend du signe de la charge *q*.

Remarque :

➔ Si q > 0, alors $\vec{a}$ est dans le même sens que $\vec{E}$ et la trajectoire parabolique est dirigée dans le sens du champ $\vec{E}$.

➔ Si q < 0, alors $\vec{a}$ est de sens contraire à $\vec{E}$ et la trajectoire parabolique est dirigée dans le sens contraire du champ $\vec{E}$.

Exercices n°(1) p. 169, n°(3) p. 170, n°5, (6), 7, (8), (9) p. 172, n°14 p. 173, n°15, 16, 17 p. 174, n°20, (21) p. 176, n°23, (24) p. 177 et n°26 p. 179

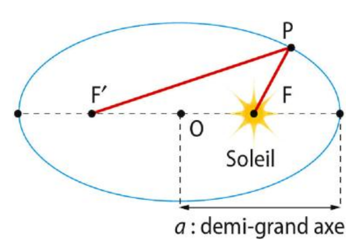
II- Comment décrire le mouvement des satellites et des planètes ? (p. 165)

ED 1 : Les lois de Kepler **App, Ana, Val**

1. Description par les lois de Kepler (p. 167)

⅄ Première loi de Kepler : loi des orbites

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire des planètes est une **ellipse** dont l'un des foyers est le centre du Soleil.

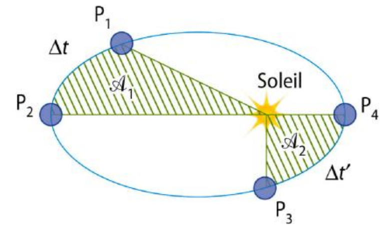


Remarque :

Un cercle est une ellipse dont les deux foyers sont confondus au centre du cercle.

Deuxième loi de Kepler : loi des aires

Le segment de droite (ou rayon vecteur) qui relie le centre du Soleil au centre de la planète balaie des **aires égales** pendant des **durées égales**.



Remarque :

Cette loi implique que la vitesse d'une planète n'est pas constante : plus elle s'approche du Soleil plus sa vitesse augmente et plus elle s'en éloigne, plus sa vitesse diminue.

Troisième loi de Kepler : loi des périodes

Le rapport du carré de la période de révolution T d'une planète par le cube du demi-grand axe a de son orbite est le même pour toutes les planètes : $\mathbf{\frac{T^2}{a^3} = constante}$

Dans l'**approximation des trajectoires circulaires**, la troisième loi de Kepler s'écrit : $\mathbf{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi}{G \cdot M}}$

avec r le rayon de l'orbite circulaire de la planète en mètre (m), G la constante de gravitation universelle ($G = 6,67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$) et M la masse de l'astre attracteur en kilogramme (kg).

Généralisation

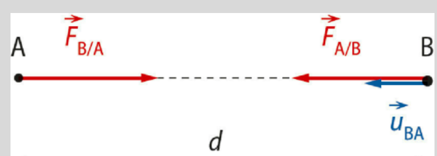
Les **trois lois de Kepler** peuvent être **généralisées** à tout satellite ou planète en orbite autour d'un astre massique.

2. Rappel sur la loi de gravitation universelle

Pour des objets à répartition de masse sphérique (comme les planètes et les étoiles par exemple), on peut considérer que si ces objets sont suffisamment éloignés les uns des autres, d'un point de vue de l'interaction gravitationnelle entre ces corps, tout se passe comme si leur masse était concentrée en leur centre. On se ramène donc à l'étude de corps ponctuels.

Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives m_A et m_B, distants d'une distance d exercent l'un sur l'autre des forces attractives, appelées **forces d'attraction gravitationnelle**, de même intensité :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = G\frac{m_A \cdot m_B}{d^2}\vec{u}_{BA}$$



$\vec{u}_{BA}$: vecteur unitaire de direction (AB), orienté de B vers A,
G est la **constante de gravitation universelle** : $G = 6,67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$,
$F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ en newton (N), m_A et m_B en kilogramme (kg), d en mètre (m).

3. Description par la deuxième loi de Newton (p. 165)

Pour simplifier, nous assimilerons les mouvements des planètes et des satellites étudiés cette année à des cercles.

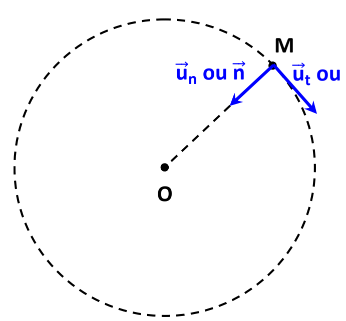
Le repère de Frenet

Pour décrire les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération d'un point M en mouvement **circulaire** il est plus simple d'utiliser le **repère de Frenet** :

→ l'origine est le point en mouvement M ;

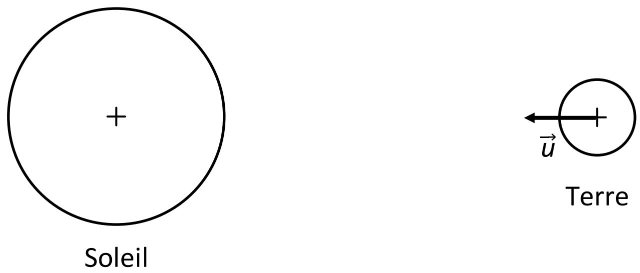
→ les vecteurs unitaires sont :

- $\vec{u}_t$ ou $\vec{t}$ tangent à la trajectoire en M et dans le sens du mouvement,
- $\vec{u}_n$ ou $\vec{n}$ normal à la trajectoire en M, donc à $\vec{u}_t$, et vers le centre O de la trajectoire (centripète).



Exemple tiré du sujet Afrique 2007

On considère le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le référentiel héliocentrique considéré comme galiléen. On suppose que ce mouvement est circulaire uniforme, de rayon R = $1{,}50.10^{11}$ m. On néglige l'action de tout autre astre. On s'aidera du schéma donné ci dessous. On notera $\vec{a}$ le vecteur accélération du centre d'inertie de la Terre.



Données :
Masse de la Terre : $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg
Masse du Soleil : $M_S = 1{,}98.10^{30}$ kg
Constante de gravitation universelle : G = $6{,}67.10^{11}$ SI

1. *Donner l'expression vectorielle de la force subie par la Terre en utilisant le vecteur $\vec{u}$ du schéma.*
2. *Énoncer, puis appliquer la deuxième loi de Newton à la Terre. En déduire l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$; on donnera sa direction, son sens et l'expression de sa norme ; le représenter sans considération d'échelle sur le schéma ci-dessus.*
3. *On rappelle que le mouvement est circulaire uniforme. Quelle relation peut-on alors écrire entre l'accélération a et la vitesse v du centre d'inertie de la Terre autour du Soleil ?*
4. *Donner l'expression de la vitesse v du centre d'inertie de la Terre en fonction de la constante de gravitation universelle G, la masse du Soleil M_S et le rayon R de la trajectoire.*
5. *Calculer la valeur de cette vitesse.*
6. *Donner l'expression de la période de rotation T de la Terre autour du Soleil en fonction de la vitesse v et du rayon R de sa trajectoire.*
7. *Montrer alors qu'on peut écrire que $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{G\,M_S}}$, puis calculer sa valeur. Donner le résultat en jours. Est-ce un résultat surprenant ?*
8. *Retrouve la troisième loi de Kepler à l'aide du résultat de la question précédente.*

Exercices n°(2) p. 169, n°(4) p. 171, n°10, (11), 12, (13) p. 173, n°(18), 19 p. 175, n°22 p. 177, n°(25) p. 178 et n°28 p. 180